



**Zadania na XIII Podkarpacki Konkurs Matematyczny
im. Franciszka Lejki
Poziom I**

(klasy pierwsze szkół ponadgimnazjalnych i trzecie gimnazjów)

Finał

13 kwietnia 2013 r. godzina 10.00

(150 minut)

1. W równoległoboku o bokach a, b ($a > b$) oraz kącie ostrym między nimi równym 60° , poprowadzono dwusieczne kątów wewnętrznych, które przecięły się tworząc czworokąt. Wiedząc, że dwa przeciwległe wierzchołki tego czworokąta należą do brzegu równoległoboku, zaś dwa pozostałe do jego wnętrza, oblicz obwód czworokąta. Jaki czworokąt utworzyły dwusieczne? Odpowiedź uzasadnij.

2. Rozwiąż układ równań:
$$\begin{cases} x^2 + xy + yx = 8 \\ y^2 + xy + yz = 12. \\ z^2 + yz + xz = -4 \end{cases}$$

3. Wykaż, że liczba $2^{10} + 5^{12}$ jest liczbą złożoną.
4. Wiadomo, że w trójkącie ABC : $|\angle BAC| = 30^\circ$, $|\angle BDC| = 60^\circ$, gdzie D na leży do odcinka AB i $|BD| = 2|AD|$. Znaleźć miarę kąta B trójkąta ABC .
5. Uczniów biorących w konkursie matematycznym należało umieścić w salach tak, by w każdej sali była ta sama liczba osób, jednak nie więcej niż 32 osoby. Na początku umieszczono w salach po 22 osoby, lecz okazało się, że dla jednego uczestnika zabrakło miejsca. Zrezygnowano więc z jednej sali, a wówczas miejsc w pozostałych wystarczyło dla wszystkich. Ilu uczestników wzięło udział w konkursie i ile sal przygotowano dla nich na początku?

Powodzenia!